

דף נוסחאות

אלגברה לינארית

וקטורים ומכפלות:

- נורמה (אורך וקטור): $\|\vec{v}\| = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}$
- מכפלה פנימית (Dot Product) אלגברית: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \sum_{i=1}^n u_i v_i$
- מכפלה פנימית גיאומטרית: $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos(\theta)$
- זווית בין וקטורים: $\cos(\theta) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|}$
- תנאי לאורתוגונליות (ניצבות): $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$

מטריצות:

- דטרמיננטה של מטריצה 2×2 : עבור $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$, הדטרמיננטה היא $\det(A) = ad - bc$
- ערכים ווקטורים עצמיים: $A\vec{v} = \lambda\vec{v}$ (כאשר הוקטור $\vec{v}$ אינו וקטור האפס).

מספרים מרוכבים

- תצוגה קרטזית: $z = a + bi$ (כאשר $i^2 = -1$)
- תצוגה פולארית: $z = re^{i\theta}$
- חישוב רדיוס (גודל): $r = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- חישוב זווית (פאזה): $\tan(\theta) = \frac{b}{a}$
- נוסחת אוילר: $e^{i\theta} = \cos(\theta) + i \sin(\theta)$

פעולות אריתמטיות (תצוגה פולארית):

- כפל: $z_1 \cdot z_2 = r_1 r_2 e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$
- חילוק: $\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$

חשבון דיפרנציאלי ואינטגרלי

כללי גזירה מרכזיים:

- כלל המכפלה: $(u \cdot v)' = u'v + uv'$
- כלל המנה: $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
- כלל השרשרת: $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

אופטימיזציה ורב-ממד:

- גרדיאנט: $\nabla f = \begin{pmatrix} \frac{\partial f}{\partial x_1} \\ \frac{\partial f}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial f}{\partial x_n} \end{pmatrix}$

- צעד עדכון באלגוריתם מורד הגרדיאנט (Gradient Descent): $\vec{w}_{t+1} = \vec{w}_t - \eta \nabla L(\vec{w}_t)$ (כאשר η הוא קצב הלמידה).

טבלת נגזרות ואינטגרלים בסיסיים:

פונקציה $f(x)$	נגזרת $f'(x)$	אינטגרל $\int f(x)dx$
x^n	nx^{n-1}	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$ (עבור $n \neq -1$)
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\ln x + C$
e^x	e^x	$e^x + C$
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	$x \ln(x) - x + C$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$-\cos(x) + C$
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\sin(x) + C$

הסתברות וסטטיסטיקה

- מאורעות בלתי תלויים: $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$
- הסתברות מותנית: $P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$
- חוק בייס (Bayes' Theorem): $P(A|B) = \frac{P(B|A) \cdot P(A)}{P(B)}$

משתנים אקראיים (בדידים):

- תוחלת (Expected Value): $E[X] = \sum x_i P(X = x_i)$
- שונות (Variance): $Var(X) = E[X^2] - (E[X])^2$

התפלגויות מרכזיות:

- התפלגות פואסון (מספר אירועים בזמן/מרחב): $P(X = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$
- התפלגות מעריכית (זמן המתנה בין אירועים, פונקציית צפיפות): $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$
- התפלגות אחידה רציפה (Uniform): התפלגות שבה לכל הערכים בטווח $[a, b]$ יש הסתברות שווה.

○ פונקציית צפיפות: $f(x) = \frac{1}{b-a}$

○ תוחלת: $E[X] = \frac{a+b}{2}$

○ שונות: $Var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$

- התפלגות נורמלית (גאוסיינית):

○ פונקציית צפיפות: $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

○ תוחלת: $E[X] = \mu$

○ שונות: $Var(X) = \sigma^2$

○ מעבר לציון תקן (Z-score): $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$

•

סטטיסטיקה תיאורית (על מדגם של n תצפיות):

• ממוצע מדגם: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

• שונות מדגם (מתוקנת): $s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$

• מקדם מתאם פירסון: $r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$